Геометрические знания составили основу всей точной науки, а самобытность геометрии Лобачевского – зарю самостоятельного развития наук в России. Посев научный взойдёт для жатвы народной…

Д. И. Менделеев

Изучая вопрос о том, как в древнем мире выглядел и осознавался процесс перехода от обыденного сознания и мышления к научному стилю мышления, мы сталкиваемся с большими затруднениями в понимании того, как это происходило. Затруднения связаны с тем, что, с одной стороны, обычное людское сознание было наполнено мифами, и его можно назвать мифологическим. С другой стороны, в мифах отражались элементы реального бытия. Предпосылки научного знания, естественно, зарождались и в кругу обыденного опыта житейского бытия. Поэтому, при размышлении об источниках научного знания, встаёт задача найти критерий разделения между мифологемами и тем, что, в конце концов, оправдывало себя в качестве элементов научного знания и познания. И такой критерий мы находим в том тезисе, который высказан в первой части выше процитированного эпиграфа Д. И. Менделеева. Геометрия, геометрические знания могут стать показателем такого разделения.

Если так, то нам придётся считаться с наличием двух форм геометрического знания: с античной геометрией Евклида и с неевклидовой геометрией Н. И. Лобачевского. Скажем заранее, что о различии этих вариантов можно судить на примере различия понятий геометрической точки. В первом случае она претерпевает всевозможные движения в процессе геометрических преобразований – линейных, круговых и т. п., − оставаясь неизменной. Во втором случае имеет место превращение точек: обычная вещественная точка превращается в мнимую, и обратно. Подробнее об этом метаморфозе будет сказано ниже. А здесь пока отметим, что при изучении структуры одной и другой геометрии, при их сравнении, выявляется различие в их логике. В одном случае – классическая формальная логика, которая до сих пор используется в математике, в другом – диалектическая логика, получившая название *комплементарно-диалектической* логики [1]. Комплементарно - диалектическая логика оперирует антиномиями (см. [2]), что и позволяет описать превращение точек.

Теперь от этих общих замечаний перейдём к рассмотрению истоков евклидовой геометрии. Ключевой концепцией для установления этих истоков служит учение Платона о том, что истинное познание есть *анамнезис* (от греч. ἀνάμνησις — «припоминание») – припоминание того, что душа человека созерцала в мире идей, или эйдосов, до своего телесного воплощения. Платон считал, что истинное познание — это познание мира идей, которое осуществляется разумной частью души. При этом он проводил различие между интеллектуальным знанием (умопостижение) и чувственным знанием. Предметы чувственного мира служат для возбуждения воспоминаний души.

Платон был убеждён, что закономерности геометрии принадлежат умопостигаемому миру идей. Это полумифическое представление имеет объективное основание, что находит место в философской категории *созерцания.* Древние греки, как и жившие до них наши предки пеласги, сталкивались с наблюдением тех явлений, которые теперь принято называть НЛО. Мы идентифицируем их как множество виртуальных частиц, существование которых открыто в квантовой физике. То, что можно видеть при созерцании НЛО на небесном своде, наводит на мысль о некоторых «призраках», движение которых, тем не менее, складывается в систему геометрических преобразований таких параметров, как точка, линия (отрезок линии), окружность, овал и т. п. Можно было видеть, как «призрак», двигающийся по прямой, может внезапно отклониться в своём движении на любой угол, в том числе и на угол, равный прямому углу. Всё это, столь необычное, по сравнению с наблюдением обычных вещей, не могло не привлекать к себе любознательные умы и в античные времена. Отсюда – желание запечатлеть эти явления, «заколдовать» их, вычертить, понять структуру.

В результате был создан геометрический образ данных событий: виртуальные события превратились в застывшие точки, лишённые самостоятельного движения. Движения были превращены в геометрические преобразования со всеми специфическими для евклидовой геометрии закономерностями. На этом основании уже Фалес (625 – ок. 547 до н. э.) мог доказать, что треугольник, вписанный в полуокружность, является прямоугольным.

Чтобы избежать таких двусмысленных терминов, как «призраки», мы будем говорить о *виртуальных доменах*, имея в виду макроскопические образы, вырисовываемые виртуальным частицами. Мы полагаем, что виртуальные домены суть проявления Вселенского разума. Так выглядит первый поворот человеческого сознания к научному мышлению.

Второй поворот, как уже было сказано выше, связан с переходом к неевклидовой (Воображаемой) геометрии Лобачевского. «Заколдованный лес» виртуальных доменов здесь возвращается к жизни, точнее будет сказать, активируется. В геометрии появляются виртуальные точки. Их открыл Н. Н. Лузин (1883−1950), рассматривая геометрию сквозь призму созданной им дескриптивной теории множеств [3, с.268]. Откуда они взялись? Чтобы ответить на этот вопрос, надо обратиться к проективной геометрии. Сведения о ней читатель может получить в работе [4, с. 194− 208]. Там они фигурируют как бесконечно удалённые, «идеальные» точки наряду с понятиями бесконечно удалённой прямой и бесконечно удалённой плоскостью. При рассмотрении перехода от евклидовой к неевклидовой геометрии открывается их логический смысл. Они надстраиваются над прямой линией, над арифметическим континуумом как показатели того, что арифметический континуум испытывает недостачу того фактора, который переводит его в состояние, не поддающееся упорядоченности, исключающее числовую оценку посредством конечных или трансфинитных чисел.

Недостача арифметического континуума восполняется в данном случае мнимыми точками. Недостача предстаёт как результат применения операции диалектического отрицания, называемой *привацией*. В фундаментальной онтологии Мартина Хайдеггера (1889−1976) находим следующее определение: «Если мы нечто отрицаем так, что не просто исключаем, а, скорее, фиксируем в смысле недостачи, то такое отрицание называют *привацией* (*Privation*)» [5, с. 86]. Когда Хайдеггер в своей фундаментальной онтологии переходит от сущего к *Бытию* с постановкой *Ничто*, то это даёт основание сделать вывод о том, что в одну категорию с Ничто попадают такие нулевые маркеры в математике, как скажем, нулевое множество в математической теории множеств, нулевой класс в булевой алгебре логики и т. д. (О детальном описании «идеальных» бесконечно удалённых точках отсылаем к работе [4, с. 194−208]).

Лузин отметил, что при переходе от геометрии Евклида к геометрии Лобачевского приходится считаться с нарушением логического закона (принципа) исключённого третьего [3, с.268]. Тут надо пояснить, что следствием такого нарушения могут быть два результата:

либо в математическом дискурсе проявляется логическое противоречие (логический абсурд), либо мы сталкиваемся с логической антиномией, которая требует своего разрешения. (Следует иметь в виду, что логическая антиномия отличается от логического абсурда тем, что выводится из аксиоматики с соблюдением всех законов и правил элементарной логики). Понятно, что Лузин соотносил закон исключённого третьего с логической антиномией.

Теперь чтобы показать, как конкретно выражается данная антиномия в геометрии, сравним евклидову прямую с прямой, расположенной в пространстве Лобачевского. При этом заранее отметим, что в первом случае прямая состоит из линейного ряда вещественных точек (арифметический континуум), во втором случае арифметический континуум пополняется мнимыми (в смысле комплексных чисел) точками. И тут выясняется, что вещественные точки могут сосуществовать с мнимыми только в процессе их взаимного превращения, т. е. когда вещественная точка преобразуется в мнимую, и обратно. Процесс этот совмещается с точечным движением вдоль геодезической линии на плоскости Лобачевского.

Для наглядности выпишем два уравнения, одно из которых относится к сферической поверхности, а второе – к тригонометрической модели гиперболической плоскости. В уравнениях представляются взаимоотношения между сторонами и углами треугольника. Первое уравнение имеет вид:

$$\cos\frac{a}{R}=\cos\frac{b}{R}\cos\frac{c}{R}+\sin\frac{b}{R}\sin\frac{c}{R}\cos\alpha\,, \qquad \text{(А)}$$

где *b* и *c* − стороны треугольника, содержащие угол α, *a* − сторона, лежащая напротив этого угла, *R* − радиус сферы.

Второе уравнение представлено по аналогии с первым в виде:

$$ch\frac{a}{R}=ch\frac{b}{R}ch\frac{c}{R}-sh\frac{b}{R}sh\frac{c}{R}\cos\alpha \qquad \text{(Б)}$$

В уравнении Б стоят синус и косинус гиперболические, имеющие вид: $shx=(e^x-e^{-x})/2$ и $chx=(e^x+e^{-x})/2$. Оно получается из уравнения А путём замены радиуса *R* величиной *iR*, где *i* – мнимая единица. Уравнение Б описывает, таким образом, геометрию на сфере мнимого радиуса [6, с.192]. Эта геометрия совпадает с геометрией на плоскости Лобачевского при условии, что вместо *R* берётся то, что К. Гаусс назвал **абсолютной длиной** (будем впредь именовать этот параметр константой Лобачевского и обозначать через k_L).

С точки зрения проективной геометрии геометрию Евклида называют параболической, геометрию Римана (на сфере) эллиптической и геометрию Лобачевского – гиперболической. Фиксируя на гиперболической поверхности какую-нибудь точку, мы находим, что она, с одной стороны, предстаёт как точка вещественная, с другой − как точка мнимая (конечна точка мнимого радиуса и соответствующая ей вещественная тоска на сфере мнимого радиуса). Это и есть антиномия. Для её разрешения приходится допустить, что гиперболическая плоскость пульсирует, и в процессе этой пульсации происходит точечный метаморфоз. При этом надо ещё учитывать, что мнимая единица, посредством которой маркируется мнимая точка, может быть представлена как со знаком плюс, так и со знаком минус. Так что здесь имеет место стохастический процесс со статистикой временных событий, распределяемых с разной степенью весомости по ходу времени от настоящего к будущему и от настоящего к прошлому. Для его полного описания требуется использовать язык квантовой механики.

Обратимся к исходному началу геометрии Лобачевского, к аксиоме о параллельных, которая заменила пятый, проблемный, постулат в аксиоматике Евклида. Пятый постулат в евклидовой геометрии имеет следующую формулировку: требуется, чтобы всякий раз, когда прямая при пересечении с двумя другими прямыми образует с ними внутренние односторонние углы, сумма которых меньше двух прямых, эти прямые пересекались с той стороны, с которой эта сумма меньше двух прямых. При равенстве суммы этих углов двум прямым эти прямые не будут пересекаться, будут параллельны друг другу (само собой разумеется, что все три прямые располагаются на одной и той же плоскости). Аксиома параллельных в неевклидовой геометрии выглядит иначе. Именно: *существует такая прямая a и такая точка А, не лежащая на ней, что через точку А проходит не менее двух прямых, не пересекающих прямую a и лежащих с ней в одной плоскости*. После этого доказывается не сложная теорема, согласно которой в той же плоскости через точку *A* проходит бесчисленное множество прямых, не пересекающих прямую a. Затем ставится задача проследить, какие из прямых, проходящих через *точку А* в сторону прямой a, пересекаются с ней, а какие с ней не встречаются.

Согласно логическому закону исключённого третьего пограничная линия между двумя пучками этих линий должна была бы принадлежать либо верхнему, либо нижнему пучку. Но нижнему пучку она принадлежать не может, так как на прямой a не существует последней, крайней точки. Поэтому геометр переключает своё внимание на верхний пучок линий и подводит под ними черту, отождествляя её с той линией,
которая встречается с линией a в бесконечно удалённой точке. Такая линия и называется в геометрии Лобачевского *параллельной* линией, или (просто) *параллелью*. Бесконечно удалённую точку в этом случае часто называют *несобственной* точкой линии a.

Перпендикуляр, опущенный из точки *A* на линию a, можно превратить в линию, разделяющую плоскость Лобачевского на две части. На этой линии располагаются все начальные точки множества параллелей, правосторонне ориентированных (на противоположной стороне остаётся множество левосторонне ориентированных параллелей). Каждой из них соответствует угол наклона α, который она образует с перпендикуляром. Он называется углом параллельности и имеет все значения, лежащие между 0 и $\pi/2$. При $\alpha=\pi/2$ параллель Лобачевского
превращается в параллель Евклида.

Чисто топологическая интерпретация гиперболической геометрии может создать впечатление, что несобственные точки прямой в гиперболической геометрии суть не что иное, как «идеальные» точки в проективной геометрии. К примеру, Ф. Клейн (1849—1925) пришёл к выводу, что наличие двух бесконечно удалённых точек с двух сторон гиперболической прямой даёт основание полагать, что её можно сделать замкнутой, если к ней добавить бесконечно удалённую прямую, заимствованную из проективной геометрии. «Гиперболическая геометрия, — писал он, — наделяет прямую двумя бесконечно удалёнными точками. О том, существует ли по ту сторону ещё один участок прямой, дополняющий до замкнутой линии участок, лежащий в конечной области, сказать ничего нельзя, так как наши движения никогда не доводят нас до бесконечно удалённых точек, не говоря уже о том, чтобы выйти за их пределы. Во всяком случае, можно присоединить такой участок как мысленную, идеальную часть прямой линии» [7, с. 268].

Это ложная догадка. При наблюдении установленной симметрии между двумя частями плоскости Лобачевского можно упустить из виду временной фактор, течение времени. Опыт квантования времени показывает, что вероятностно-усреднённое время распадается на два противоположных потока, которые физики относят к двум противоположным Вселенным, обращаясь к теореме CPT (C–зарядовое сопряжение, P – пространственная чётность, T – время). Лобачевский со своей стороны отмечал, что предметом его геометрии являются не пространственные взаимоотношения вещей самих по себе, но их (вещей) *движения*. «В природе, − писал он, − мы познаём собственно только движение, без которого чувственные впечатления невозможны. Итак, все прочие понятия, например, Геометрические, произведены нашим умом искусственно, будучи взяты в свойствах движения; а потому пространство, само собой, отдельно, для нас не существует» [8, том II, с.158-159]. Свойства движения находят выражение во времени.

Мы подходим к тому, чтобы уже напрямую соотнести между собой виртуальности в квантовой физике и в геометрии. Как сообщают справочники, виртуальные частицы суть частицы, существующие в промежуточных, имеющих малую длительность, состояниях, для которых не выполняется обычное соотношение между энергией, импульсом и массой (см. ниже выписанное уравнение (1)). Другие характеристики виртуальных частиц − электрический заряд, спин, барионный заряд и т. д. − такие же, как у соответствующих реальных частиц. Поэтому виртуальные частицы выделяются в зависимости от их отношения к величине массы (или энергии), к её определённости или неопределённости. Но если они живут во времени, то возникает вопрос, как они связаны с ходом времени, как связан с временем их выход на массовую поверхность, на которой они становятся реальными. Справочники отвечают, что всё дело тут в принципе неопределённости, касающегося энергии и времени, координаты и импульса частицы. Разброс возможных значений ΔE удовлетворяет неравенству $\Delta E \geq \hbar / \Delta t$, где $\hbar$ − постоянная Планка, делённая на 2π. Энергия и импульс непрерывно флуктуируют, и в течение малых промежутков времени может «временно нарушаться» (в классическом смысле) закон сохранения энергии, а процессы, протекающие внутри малых объёмов, могут сопровождаться «местными нарушениями» закона сохранения импульса [9, с. 96].

Уравнение для реальных частиц имеет вид:

$$E^2 - P^2C^2 = m^2C^4 \tag{1}$$

где E− энергия частицы, p – импульс, m – масса покоя частицы, c – скорость света. Геометрический аналог по отношению к нему выражается в форме квадрата пространственно-временного интервала ds между двумя событиями:

$$ds^2=c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \tag{2}$$

В уравнении (2) представлен инвариант преобразований Лоренца в специальной теории относительности, которые, в свою очередь, проистекают из геометрии Лобачевского, что было доказано выдающимся сербским математиком В. Варичаком (1856−1942) в начале 10-х годов прошлого столетия [10, с.43−75].

Теперь поставим такой вопрос: не превращается ли в фикцию идеальный мир Платона, когда мы переходим от одного этапа постижения геометрии ко второму7
к постижению от одного этапа постижения геометрии ко второму? Был такой философ-марксист Э. В. Ильенков (1924−1979), который полагал, что *идеальное* всецело замыкается в рамках коллективной, общественной деятельности и не допускал того, что оно присуще природе или отдельному человеку. С другой точкой зрения на природу идеального

выступил Мих. Лифшиц (1905–1983), не отрицавший того, что он тоже сторонник марксизма. Ильенков, писал он, опасается допустить присутствие идеального в природе именно потому, что это означало бы признать идеализм Гегеля или даже Платона. Но ведь признаёт же он «всеобщее» объективной категорией, присущей и природе и обществу, да почему-то не видит того, что «*идеальное»* есть только определённая форма выражения всеобщего» [11, с.126].

Человек, по Лифшицу, вправе проявлять своё расположение к шару и кругу, прекраснейшим фигурам Платона, ибо тем самым он раскрывает «суть природных явлений». Это уже недалеко от убеждения в том, что природе свойственны некоторые «естественные пределы»» [11, с. 127]. Сказать, что в природе есть идеальное в виде «естественных пределов» или сказать, что в ней каждая вещь имеет свою собственную «форму и меру», есть, по его мнению, одно и то же» [11, с. 128]. Но нельзя сказать, утверждает Лифшиц, что сознание личности как продукт мозга, этого физического зеркала мира, не имеет отношения к идеальному. Напротив, не случайно, в истории философии и литературы идеальное как-то особенно связано с внутренней жизнью личности. «Именно личности творят общественное сознание, и часто бывает так, что идеальное содержание их деятельности пробивается именно вопреки «стереотипам» коллективного бытия» [11, с. 140].

Нельзя не согласиться с автором в том, что в поиске, в определении идеального большую роль играет категория красоты. Созерцание НЛО, затем стремление геометра передать их рисунок в утончённом, идеализированном, виде рождает геометрию. Здесь только надо добавить, что идеальное есть синтез явлений природы и человеческих рук, элементов прошлой человеческой культуры, высвечиваемой в рисунках НЛО.

В заключение о том, что нам известно об исследованиях, в данном направлении, зарубежных теоретиков. Привлекает интерпретация НЛО, предложенная американским учёным французского происхождения Жаком Валле (Jacque Valley) и размещённая в его книге «Невидимы колледж» [12]. Вот как автор (и, как видно, не он один) видит и описывает сложившуюся, в этой области научных исследований, ситуацию. «Среди тех из моих учёных коллег, – говорит Валле, – кто интересуется НЛО, имеется два основных подхода, которые можно назвать «технологическим» и «психологическим». Некоторые физики и инженеры рассматривают сообщения об НЛО с точки зрения «гаек и болтов»; с другой стороны, те же самые сообщения об НЛО интерпретируются психологами как архетипы или как восполнение психологической нужды перципиента. Современная наука развивалась, исходя из предпосылки, что эти две области физического и психического надо всегда тщательно разделять. С моей точки зрения это различение хотя и является удобным, но оно произвольно. Проблема НЛО есть прямой вызов этой произвольной дихотомии между физической и духовной реальностью» [12; 2]. В других местах книги автор, если и не утверждает прямо, то прозрачно намекает на то, что область изучения НЛО-феноменов представляет собой область управления человеческим сознанием [12; 1-2, 29-30].

Стоит поразмыслить над последним тезисом автора. Если действительно мы имеем дело с открытием феномена, который можно использовать для управления человеческим сознанием, то возникает вопрос, каковы конкретные механизмы такого управления. Допускается возможность двух способов воздействия на социальную психику людей – сильный и слабый. Сильный – состоит в том, что спецслужбы некоторых стран владеют методами контроля за аномальными явлениями, могут вызывать их по своему усмотрению с тем, чтобы использовать в качестве психического и информационного оружия. Слабый способ воздействия отличается от сильного тем, что ему не подвластны методы управления самими аномальными явлениями, но они используются для воздействия на общественное сознание путём создания вокруг них всевозможных мифов, типа мифа о посещении Земли инопланетянами. Если применение первого способа остаётся пока под вопросом, то факт применения второго не оставляет никаких сомнений.

Помимо всего прочего можно пожалеть о том, что не одобряют научного подхода к изучению явлений НЛО представители православно-христианской церкви. Об этом можно, в частности, судить по книге о. Серафима (Роуза) (1934−1982) «Православие и религия будущего» (1975) о. Серафима (Роуза) (1934–1982). Американский иеромонах РПЦЗ отождествляет НЛО с явлениями демонов, считает их одним из знамений последних времён. Здесь, видимо, сказывается влияние спиритизма, спиритических сеансов, проводимых в закрытых помещениях.

Для нас НЛО – не только объект научного познания, но и источник зарождения научного познания, представленного в геометрическом ракурсе.

Литература

1. Антипенко Л. Г. Проблема неполноты математической теории и онтологические предпосылки ее решения. М.: ЛЕНАНД, 2022
2. Васильев Н. А. Воображаемая логика. Избранные труды. М: «Наука», 1989, 263 с.
3. Лузин Н. Н. Собр. соч. Том II: Дескриптивная теория множеств. М.: Изд-во АН СССР, 1958. − 746 с.
4. Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? − 10-е изд. стереотипное. М.: МЦНМО, 2022.− 568 с.
5. Хайдеггер, Мартин. Цолликоновские семинары (Протоколы − Беседы − Письма). (Пер. с нем. языка И. Глуховой). Вильнюс: ЕГУ, 2012. − 404 с
6. Ефимов Н. В. Высшая геометрия. М.: Госиздат физико-математической литературы, 1961, 580 с.
7. Клейн, Феликс. О так называемой не-евклидовой геометрии // Об основаниях геометрии. М.: Гостехиздат, 1956. С. 253−303.
8. Лобачевский Н. И. Полн. собр. соч. в пяти томах. М.– Л.: Гостехиздат, 1946–1952.
9. БСЭ, том 5, с. 96.
10. Варичак В. О неэвклидовой интерпретации теории относительности // Новые идеи в математике. Сб. №7. СПб.: изд-во «Образование», 1914. 155 с.
11. Лифшиц Мих. Об идеальном и реальном // Вопросы философии, 1984. №10. С. 120—145
12. Valley, Jacque. The Invisible College What a Group of Scientists Has Discovered on the Human Race. New York, 1975.